МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования   
**«Национальный исследовательский   
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

**(ННГУ)**

**Институт информационных технологий, математики и механики**

**Центр прикладных информационных технологий**

Направление подготовки: «Прикладная информатика»

Профиль подготовки: «Прикладная информатика в области принятия решений»

**ОТЧЕТ**

по ознакомительной практике

на тему:

**«Квадратичная задача о назначениях»**

**Выполнил:** студент группы 3821Б1ПИпр

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Прусаков М.А.

Подпись

**Научный руководитель:**

Доцент кафедры ИАНИ, Кандидат технических наук

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Быкова М.А.

Подпись

Нижний Новгород  
2023

Оглавление

[Введение 3](#_Toc152338746)

[Цель работы 3](#_Toc152338747)

[Задачи работы 3](#_Toc152338748)

[Содержательное описание КЗН 3](#_Toc152338749)

[Области применения КЗН 3](#_Toc152338750)

[Глава 1. Математическая постановка КЗН 5](#_Toc152338751)

[Математическая постановка 5](#_Toc152338752)

[Вычислительная сложность 5](#_Toc152338753)

[Примеры КЗН 5](#_Toc152338754)

[Глава 2. Метод решения КЗН полным перебором 7](#_Toc152338755)

[Заключение 10](#_Toc152338756)

[Список литературы 11](#_Toc152338757)

# Введение

## Цель работы

Цель работы - изучить Квадратичную задачу о назначениях и способ её решения полным перебором

## Задачи работы

1. Изучить содержательное описание Квадратичной задачи о назначениях (КЗН).
2. Изучить области применения Квадратичной задачи о назначениях.
3. Изучить математическую постановку Квадратичной задачи о назначениях.
4. Придумать 2 небольших примера квадратичной задачи о назначениях (матрицы 5\*5), показать 2 допустимых решения для каждой задачи, вычислить значение критерия на этих решениях, определить, какое решение лучше для каждой задачи. Разбор этих примеров оформить графически.
5. Описать метод решения КЗН полным перебором. Придумать пример КЗН (матрицы 4\*4), выписать все перестановки, описывающие решения, вычислить значение критерия на каждой перестановке, найти оптимальное решение.

## Содержательное описание КЗН

Квадратичная задача о назначениях (КЗН) – это комбинаторная оптимизационная задача, в которой требуется найти оптимальное соответствие между n объектами и n местами, с учетом матрицы потерь и матрицы стоимостей. Основная цель состоит в минимизации суммы произведений пар объектов и пар мест с учетом их потерь и стоимостей соответственно.

## Области применения КЗН

# Автоматическое считывание и классификация текста на изображениях: Компьютерное зрение позволяет извлекать текст с изображений и далее классифицировать его.

# Автоматический анализ видеофайлов и изображений для обнаружения и классификации событий, объектов или аномалий: Здесь компьютерное зрение применяется для мониторинга и обнаружения различных событий или аномалий в видеопотоках.

# Навигация и управление роботами на основе видео- и изображений: Компьютерное зрение помогает роботам ориентироваться в окружающей среде и принимать решения на основе визуальной информации.

# Диагностика заболеваний на основе анализа медицинских изображений: Включает анализ различных медицинских изображений, таких как рентгеновские снимки, маммограммы, МРТ и КТ снимки, для диагностики различных заболеваний.

# Поиск и анализ паттернов на изображениях мозга для определения наличия определенных заболеваний или патологий: Компьютерное зрение помогает выявлять паттерны и аномалии на изображениях мозга для диагностики нейрологических заболеваний.

# Автоматическое распознавание и классификация номерных знаков автомобилей: Компьютерное зрение используется для распознавания номеров автомобилей на дорогах.

# Определение и классификация дорожных знаков и сигналов: Позволяет автоматически распознавать и классифицировать дорожные знаки и сигналы.

# Определение и прогнозирование потоков транспорта: Анализирует движение транспорта для определения потоков и прогнозирования трафика.

# Автоматическое определение и предотвращение аварийных ситуаций, основанных на анализе видео и изображений: Компьютерное зрение может помогать в определении аварийных ситуаций на дорогах и принятии мер по их предотвращению.

# Навигация и управление роботами на основе видео- и изображений: Помогает роботам навигировать в окружающей среде и взаимодействовать с ней на основе визуальной информации.

# Автоматическое определение объектов и их классификация для выполнения различных задач: Роботы могут использовать компьютерное зрение для определения объектов и принятия соответствующих действий.

# Определение и сбор информации о среде, включая картографирование и моделирование окружающих объектов: Компьютерное зрение позволяет роботам собирать информацию о окружающей среде и создавать карты для навигации.

# Распознавание лиц и идентификация личностей: Компьютерное зрение может использоваться для идентификации лиц и контроля доступа.

# Обнаружение и классификация опасных или подозрительных поведений на основе видео- и изображений: Помогает в обнаружении подозрительных ситуаций и предотвращении инцидентов.

# Автоматическое обнаружение преступных действий и аварий на дорогах: Компьютерное зрение может быть использовано для автоматического обнаружения преступных действий и аварий на дорогах для обеспечения безопасности.

# Глава 1. Математическая постановка КЗН

## Математическая постановка

Имеется набор из *N* станков и *N* заводов, для этого набора определены:

1. Матрица *W* размером *N × N*, состоящая из элементов – стоимость перевозки единицы продукции с *i-ого* завода в *j-й*.
2. Матрица *D* размером *N × N*, состоящая из элементов - количество продукции, перевозимой от *i-ого* станка в *j-й*.

Тогда полная стоимость транспортировки ресурса от *i-ого* станка в *j-й* выглядит как произведение (*wijdlk*), где *l* – расположение *i-ого* станка в пространстве заводов, а *k* – расположение *j-ого* станка в пространстве заводов.

Зададим перестановку в виде вектора , *pi* соответствует назначению на *i – й* завод некоторого станка.

Просуммируем все транспортировки между станками, расположенными на заводах соответственно перестановке *PN*. Целевой функцией будет являться полная стоимость при перестановке *PN*:

## Вычислительная сложность

КЗН является NP-полной задачей. Определение сложности задачи показало несостоятельность поиска алгоритма для нахождения оптимального решения задачи за полиномиальное время.

## Примеры КЗН

1. Рассмотрим следующий пример:

Допустимыми решениями будут перестановки:

P1 = (1, 3, 2, 0, 4), значение критерия которого равно – 224;

P2 = (3, 0, 4, 1, 2), значение критерия которого равно – 162.

Так как значение критерия P2 меньше значения критерия P1, второе решение является более оптимальным.

1. Рассмотрим следующий пример:

Допустимыми решениями будут перестановки:

P1 = (0, 4, 2, 1, 3), значение критерия которого равно – 280;

P2 = (3, 2, 1, 0, 4), значение критерия которого равно – 326.

Так как значение критерия P1 меньше значения критерия P2, первое решение является более оптимальным.

# Глава 2. Метод решения КЗН полным перебором

Принцип алгоритма полного перебора заключается в составлении всевозможных перестановок , где *pi* соответствует назначению на *i – й* завод некоторого станка, и поиска среди них перестановки с минимальным значением критерия.

Рассмотрим следующий пример:

Все возможные перестановки:

P1 = (0, 1, 2, 3)

0 \* 0 + 3 \* 5 + 4 \* 2 + 1 \* 4 + 3 \* 5 + 0 \* 0 + 2 \* 3 + 3 \* 2 + 4 \* 2 + 2 \* 3 + 0 \* 0 + 5 \* 1 + 1 \* 4 + 3 \* 2 + 5 \* 1 + 0 \* 0 = 88

P2 = (0, 1, 3, 2)

0 \* 0 + 3 \* 5 + 4 \* 4 + 1 \* 2 + 3 \* 5 + 0 \* 0 + 2 \* 2 + 3 \* 3 + 4 \* 4 + 2 \* 2 + 0 \* 0 + 5 \* 1 + 1 \* 2 + 3 \* 3 + 5 \* 1 + 0 \* 0 = 102

P3 = (0, 2, 1, 3)

0 \* 0 + 3 \* 2 + 4 \* 5 + 1 \* 4 + 3 \* 2 + 0 \* 0 + 2 \* 3 + 3 \* 1 + 4 \* 5 + 2 \* 3 + 0 \* 0 + 5 \* 2 + 1 \* 4 + 3 \* 1 + 5 \* 2 + 0 \* 0 = 98

P4 = (0, 2, 3, 1)

0 \* 0 + 3 \* 2 + 4 \* 4 + 1 \* 5 + 3 \* 2 + 0 \* 0 + 2 \* 1 + 3 \* 3 + 4 \* 4 + 2 \* 1 + 0 \* 0 + 5 \* 2 + 1 \* 5 + 3 \* 3 + 5 \* 2 + 0 \* 0 = 96

P5 = (0, 3, 1, 2)

0 \* 0 + 3 \* 4 + 4 \* 5 + 1 \* 2 + 3 \* 4 + 0 \* 0 + 2 \* 2 + 3 \* 1 + 4 \* 5 + 2 \* 2 + 0 \* 0 + 5 \* 3 + 1 \* 2 + 3 \* 1 + 5 \* 3 + 0 \* 0 = 112

P6 = (0, 3, 2, 1)

0 \* 0 + 3 \* 4 + 4 \* 2 + 1 \* 5 + 3 \* 4 + 0 \* 0 + 2 \* 1 + 3 \* 2 + 4 \* 2 + 2 \* 1 + 0 \* 0 + 5 \* 3 + 1 \* 5 + 3 \* 2 + 5 \* 3 + 0 \* 0 = 96

P7 = (1, 0, 2, 3)

0 \* 0 + 3 \* 5 + 4 \* 3 + 1 \* 2 + 3 \* 5 + 0 \* 0 + 2 \* 2 + 3 \* 4 + 4 \* 3 + 2 \* 2 + 0 \* 0 + 5 \* 1 + 1 \* 2 + 3 \* 4 + 5 \* 1 + 0 \* 0 = 100

P8 = (1, 0, 3, 2)

0 \* 0 + 3 \* 5 + 4 \* 2 + 1 \* 3 + 3 \* 5 + 0 \* 0 + 2 \* 4 + 3 \* 2 + 4 \* 2 + 2 \* 4 + 0 \* 0 + 5 \* 1 + 1 \* 3 + 3 \* 2 + 5 \* 1 + 0 \* 0 = 90

P9 = (1, 2, 0, 3)

0 \* 0 + 3 \* 3 + 4 \* 5 + 1 \* 2 + 3 \* 3 + 0 \* 0 + 2 \* 2 + 3 \* 1 + 4 \* 5 + 2 \* 2 + 0 \* 0 + 5 \* 4 + 1 \* 2 + 3 \* 1 + 5 \* 4 + 0 \* 0 = 116

P10 = (1, 2, 3, 0)

0 \* 0 + 3 \* 3 + 4 \* 2 + 1 \* 5 + 3 \* 3 + 0 \* 0 + 2 \* 1 + 3 \* 2 + 4 \* 2 + 2 \* 1 + 0 \* 0 + 5 \* 4 + 1 \* 5 + 3 \* 2 + 5 \* 4 + 0 \* 0 = 100

P11 = (1, 3, 0, 2)

0 \* 0 + 3 \* 2 + 4 \* 5 + 1 \* 3 + 3 \* 2 + 0 \* 0 + 2 \* 4 + 3 \* 1 + 4 \* 5 + 2 \* 4 + 0 \* 0 + 5 \* 2 + 1 \* 3 + 3 \* 1 + 5 \* 2 + 0 \* 0 = 100

P12 = (1, 3, 2, 0)

0 \* 0 + 3 \* 2 + 4 \* 3 + 1 \* 5 + 3 \* 2 + 0 \* 0 + 2 \* 1 + 3 \* 4 + 4 \* 3 + 2 \* 1 + 0 \* 0 + 5 \* 2 + 1 \* 5 + 3 \* 4 + 5 \* 2 + 0 \* 0 = 94

P13 = (2, 0, 1, 3)

0 \* 0 + 3 \* 2 + 4 \* 3 + 1 \* 1 + 3 \* 2 + 0 \* 0 + 2 \* 5 + 3 \* 4 + 4 \* 3 + 2 \* 5 + 0 \* 0 + 5 \* 2 + 1 \* 1 + 3 \* 4 + 5 \* 2 + 0 \* 0 = 102

P14 = (2, 0, 3, 1)

0 \* 0 + 3 \* 2 + 4 \* 1 + 1 \* 3 + 3 \* 2 + 0 \* 0 + 2 \* 4 + 3 \* 5 + 4 \* 1 + 2 \* 4 + 0 \* 0 + 5 \* 2 + 1 \* 3 + 3 \* 5 + 5 \* 2 + 0 \* 0 = 92

P15 = (2, 1, 0, 3)

0 \* 0 + 3 \* 3 + 4 \* 2 + 1 \* 1 + 3 \* 3 + 0 \* 0 + 2 \* 5 + 3 \* 2 + 4 \* 2 + 2 \* 5 + 0 \* 0 + 5 \* 4 + 1 \* 1 + 3 \* 2 + 5 \* 4 + 0 \* 0 = 108

P16 = (2, 1, 3, 0)

0 \* 0 + 3 \* 3 + 4 \* 1 + 1 \* 2 + 3 \* 3 + 0 \* 0 + 2 \* 2 + 3 \* 5 + 4 \* 1 + 2 \* 2 + 0 \* 0 + 5 \* 4 + 1 \* 2 + 3 \* 5 + 5 \* 4 + 0 \* 0 = 108

P17 = (2, 3, 0, 1)

0 \* 0 + 3 \* 1 + 4 \* 2 + 1 \* 3 + 3 \* 1 + 0 \* 0 + 2 \* 4 + 3 \* 2 + 4 \* 2 + 2 \* 4 + 0 \* 0 + 5 \* 5 + 1 \* 3 + 3 \* 2 + 5 \* 5 + 0 \* 0 = 106

P18 = (2, 3, 1, 0)

0 \* 0 + 3 \* 1 + 4 \* 3 + 1 \* 2 + 3 \* 1 + 0 \* 0 + 2 \* 2 + 3 \* 4 + 4 \* 3 + 2 \* 2 + 0 \* 0 + 5 \* 5 + 1 \* 2 + 3 \* 4 + 5 \* 5 + 0 \* 0 = 116

P19 = (3, 0, 1, 2)

0 \* 0 + 3 \* 4 + 4 \* 2 + 1 \* 1 + 3 \* 4 + 0 \* 0 + 2 \* 5 + 3 \* 2 + 4 \* 2 + 2 \* 5 + 0 \* 0 + 5 \* 3 + 1 \* 1 + 3 \* 2 + 5 \* 3 + 0 \* 0 = 104

P20 = (3, 0, 2, 1)

0 \* 0 + 3 \* 4 + 4 \* 1 + 1 \* 2 + 3 \* 4 + 0 \* 0 + 2 \* 2 + 3 \* 5 + 4 \* 1 + 2 \* 2 + 0 \* 0 + 5 \* 3 + 1 \* 2 + 3 \* 5 + 5 \* 3 + 0 \* 0 = 104

P21 = (3, 1, 0, 2)

0 \* 0 + 3 \* 2 + 4 \* 4 + 1 \* 1 + 3 \* 2 + 0 \* 0 + 2 \* 5 + 3 \* 3 + 4 \* 4 + 2 \* 5 + 0 \* 0 + 5 \* 2 + 1 \* 1 + 3 \* 3 + 5 \* 2 + 0 \* 0 = 104

P22 = (3, 1, 2, 0)

0 \* 0 + 3 \* 2 + 4 \* 1 + 1 \* 4 + 3 \* 2 + 0 \* 0 + 2 \* 3 + 3 \* 5 + 4 \* 1 + 2 \* 3 + 0 \* 0 + 5 \* 2 + 1 \* 4 + 3 \* 5 + 5 \* 2 + 0 \* 0 = 90

P23 = (3, 2, 0, 1)

0 \* 0 + 3 \* 1 + 4 \* 4 + 1 \* 2 + 3 \* 1 + 0 \* 0 + 2 \* 2 + 3 \* 3 + 4 \* 4 + 2 \* 2 + 0 \* 0 + 5 \* 5 + 1 \* 2 + 3 \* 3 + 5 \* 5 + 0 \* 0 = 118

P24 = (3, 2, 1, 0)

0 \* 0 + 3 \* 1 + 4 \* 2 + 1 \* 4 + 3 \* 1 + 0 \* 0 + 2 \* 3 + 3 \* 2 + 4 \* 2 + 2 \* 3 + 0 \* 0 + 5 \* 5 + 1 \* 4 + 3 \* 2 + 5 \* 5 + 0 \* 0 = 104

Из всех перестановок оптимальной является P1 = (0, 1, 2, 3), значение критерия при данной перестановке равно – 88

# Заключение

1. Изучили содержательное описание Квадратичной задачи о назначениях (КЗН).
2. Изучили области применения Квадратичной задачи о назначениях.
3. Изучили математическую постановку Квадратичной задачи о назначениях.
4. Придумали 2 примера квадратичной задачи о назначениях (матрицы 5\*5), показали 2 допустимых решения для каждой задачи, вычислили значение критерия на этих решениях, определили, какое решение лучше для каждой задачи.
5. Описали метод полного перебора и с его помощью решили задачу (матрицы 4\*4).

# Список литературы

1. А.Д. Леушкин, Е.А. Неймарк, КВАДРАТИЧНАЯ ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИИ. ОБЗОР МЕТОДОВ, ГЕНЕРАЦИЯ ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧ С АПРИОРНО ИЗВЕСТНЫМ ОПТИМУМОМ, 2020г
2. Н.В. Старостин, М.А. Быкова. Метод ветвей и границ решения квадратичной задачи о назначениях с приложениями в области высокопроизводительных вычислений. – Системы управления и информационные технологии, №1(67), 2017. – с. 13-18
3. И.Л.Каширина. Применение растущей нейронной сети для решения квадратичной задачи о назначениях.
4. Ай Мин Тайк, С.А. Лупин, С.А. Балабаев, International Journal of Open Information Technologies ISSN: 2307-8162 vol. 11, no. 7, 2023, Особенности применения алгоритма полного перебора для решения задач квадратичного назначения